**ΗΥ200 ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΟΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ**

**QUIZ #1**

**ΛΥΣΗ ΓΡΑΜΜΙΚΩΝ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ**

**Ημερομηνία Παράδοσης: Πέμπτη 18 Μαρτίου 2010**

**Όνομα: Αθανάσιος Κολτσίδας**

**ΑΕΜ: 757**

**UserID: atkoltsi**

**1) Εμπρός απαλοιφή αγνώστων (βήμα 3ο):**

**Διαιρούμε τη γραμμή 2 με -4.8 και την πολλαπλασιάζουμε με -16.8:** $\frac{-16.8}{-4.8}=3.5$**.**

**([0 -4.8 -1.56] [-96.208]) \* 3.5**

**και αφαιρούμε απ’ την 3η γραμμή:**

**[0 -16.8 -5.46] [-336.728]**

**ΑΡΑ:** $\left[\begin{matrix}25&5&1\\0&-4.8&-1.56\\0&0&0.7\end{matrix}\right]\left[\begin{matrix}a\_{1}\\a\_{2}\\a\_{3}\end{matrix}\right]= \left[\begin{matrix}106.8\\-96.208\\0.76\end{matrix}\right]$ **.**

 **Πίσω αντικατάσταση:**

$25α\_{1}+ 5\*19.6905+1.08571=106.8$$⇒$$25α\_{1}+ 98.4525=106.8$$⇒$

**ΑΡΑ:** $α\_{1}=0.290472$ **.**

**2) (Β) πολλών συστημάτων με διαφορετικά δεύτερα μέρη.**

**3) Οι συντελεστές προκύπτουν:**

$$l\_{21}= m\_{21}= \frac{a\_{21}}{α\_{11}}= \frac{10}{25}=0.4$$

**Αναλόγως, προκύπτει ότι:** $l\_{31}=0.32$ **και** $l\_{32}=1.5$ **.**

**Άρα η απάντηση είναι το (D).**

**4) Όμοια με την (3), ο L εδώ υπολογίζεται:** $\left[\begin{matrix}1&0&0\\0&1&0\\0&1.5&1\end{matrix}\right]$$⇒$

**U =** $\left[\begin{matrix}25&5&4\\0&8&16\\0&0&-2\end{matrix}\right]$ **.**

**Ο L δηλαδή, είναι ένας στοιχειώδης πίνακας που πραγματοποιεί την πράξη (γραμμή 3) – 1.5\*(γραμμή 2) = 0 . L =** $E\_{32}$ **. Συνεπώς, η απάντηση είναι ( C ).**

**6) 1. ΙΣΧΥΕΙ**

 **2. ΙΣΧΥΕΙ**

 **3. ΙΣΧΥΕΙ**

 **4. ΙΣΧΥΕΙ**

 **5. ΙΣΧΥΕΙ**

**7) Ο σωστός αλγόριθμος ο οποίος υλοποιεί το** $L\*z=c$ **είναι ο (D).**

**8) (D) άνω τριγωνικό πίνακα, τον U.**

**9) (C) δεν μπορούν να προσδιοριστούν οι ιδιότητές του.**

**Ακόμη δηλαδή κι αν συναντήσουμε μηδενικό οδηγό στοιχείο, καθώς δε γνωρίζουμε τον υπόλοιπο πίνακα, μπορεί να υπάρχει ή όχι η δυνατότητα να το ξεπεράσουμε και να συνεχίσουμε τη διαδικασία.**

**10)** $\left[\begin{matrix}0.0030&55.23\\6.239&-7.123\end{matrix}\right]$$\left[\begin{matrix}58.12\\47.23\end{matrix}\right]$

$\left[\begin{matrix}0.0030&55.23\\0&-114867,1093\end{matrix}\right]$$\left[\begin{matrix}58.12\\-120822.9927\end{matrix}\right]$

**Άρα** $x\_{2}= \frac{-120822,9927}{-114867,1093}=1.052$ **.**

$$0.0030x\_{1}=55.23\*1.052 ⇒ x\_{1}=8.771$$

**Άρα η απάντηση είναι το (D).**

**11)** $\left[\begin{matrix}0.0030&55.23\\6.239&-7.123\end{matrix}\right]$$\left[\begin{matrix}58.12\\47.23\end{matrix}\right]$$\left[\begin{matrix}6.239&-7.123\\0.0030&55.23\end{matrix}\right]$$\left[\begin{matrix}47.23\\58.12\end{matrix}\right]$

$\left[\begin{matrix}6.239&-7.123\\0&55.2335\end{matrix}\right]$$\left[\begin{matrix}47.23\\58.0964\end{matrix}\right]$

**Άρα** $x\_{2}=1.051$

$$6.239x\_{1} – 7.4919=47.23 ⇒ x\_{1}=8.769$$

**Άρα η απάντηση είναι το (Β).**

**12) Με βάση τα θεωρήματα της άσκ. 18, δύο πίνακες Α,Β ένας εκ των οποίων προκύπτει από τον άλλον με απαλοιφή Gauss, τότε ισχύει ότι** $det\left(A\right)=det(B)$ **ή** $det\left(A\right)=-det(B)$ **εφόσον χρειαστεί εναλλαγή γραμμών κατά τη διάρκεια της απαλοιφής. Στην περίπτωσή μας ισχύει καθώς ο κάτω πίνακας (U) προέκυψε έπειτα από απαλοιφή του πρώτου (Α). Συνεπώς, επειδή ο U είναι τριγωνικός πίνακας (άνω), η ορίζουσά του ισούται με το γινόμενο των στοιχείων της κύριας διαγωνίου, δηλαδή** $-5.486\*10^{19}$ **. Ωστόσο χρειάστηκε και μια εναλλαγή γραμμών συνεπώς το πρόσημο της ορίζουσας είναι αρνητικό άρα η σωστή απάντηση είναι το (C).**

**13) Η λύση περιγράφεται αναλυτικά στα βήματα της λύσης της άσκησης (1) (Εμπρός απαλοιφή αγνώστων & Πίσω αντικατάσταση).**

**14) Η διαδικασία της κλασικής απαλοιφής Gauss εξελίσσεται συνοπτικά στα παρακάτω βήματα:**

$$\left[\begin{matrix}1&0.75&0.5\\0&0.001&8.5\\5&1&3\end{matrix}\right] x= \left[\begin{matrix}2.25\\8.5010\\9\end{matrix}\right] ⇒ \left[\begin{matrix}1&0.75&0.5\\0&0.001&8.5\\0&-2.75&0.5\end{matrix}\right] x= \left[\begin{matrix}2.25\\8.5010\\-2.25\end{matrix}\right] ⇒ $$

$$\left[\begin{matrix}1&0.75&0.5\\0&1&8500\\0&-2.75&0.5\end{matrix}\right] x= \left[\begin{matrix}2.25\\8501\\-2.25\end{matrix}\right] ⇒ \left[\begin{matrix}1&0.75&0.5\\0&1&8500\\0&0&23375.5\end{matrix}\right] x= \left[\begin{matrix}2.25\\8501\\23375.5\end{matrix}\right]⇒$$

$\left[\begin{matrix}1&0.75&0.5\\0&1&8500\\0&0&1\end{matrix}\right] x= \left[\begin{matrix}2.25\\8501\\1\end{matrix}\right]$ **.**

**Αρχίζοντας την ανάδρομη αντικατάσταση:**

$$x\_{3}=1.$$

$x\_{2}+ 8500x\_{3}=8501 ⇒ x\_{2}=1$ **.**

$$x\_{1}+ 0.75x\_{2}+ 0.5 =2.25 ⇒ x\_{1}+ 0.75+0.5=2.25 ⇒ x\_{1}=1.$$

**Άρα η λύση είναι η** $\vec{x}= \left[\begin{matrix}1\\1\\1\end{matrix}\right]$ **.**

**15) Η μοναδική διαφορά στην επίλυση της άσκησης (15) σε σχέση με την κλασική διαδικασία Gauss είναι η εναλλαγή των συντελεστών στην οδηγική θέση** $a\_{22}$**, αλλάζοντας το 0.001 με το -2.75. Η διαδικασία αυτή λέγεται μερική οδήγηση, κατά την οποία σε κάθε βήμα της απαλοιφής εξετάζεται η στήλη** $k$ **κάτω από την οδηγική θέση** $a\_{kk}$ **με σκοπό να βρούμε μεγαλύτερο στοιχείο από τον οδηγό. Εάν υπάρχει** $a\_{mk}>a\_{kk}$ **, τότε ανταλλάζουμε τις δύο γραμμές. Αυτό γίνεται με σκοπό να κρατήσουμε όσο το δυνατόν μικρότερους τους πολλαπλασιαστές** $m\_{ij}$ **, καθώς ο κάθε οδηγός διαιρεί τους συντελεστές από κάτω του. Στο συγκεκριμένο παράδειγμα, στο βήμα 3 ανταλλάζουμε τη 2η με την 3η γραμμή ώστε να μπει στην οδηγική θέση το** $–2.75$ **στη θέση του** $0.001$ **.**

**18) Η απάντηση βασίζεται και στα 3 θεωρήματα για να υπολογιστεί με μεγαλύτερη ευκολία η ορίζουσα του αρχικού πίνακα:**

 **α) Η απαλοιφή Gauss αποτελείται από προσθαφαίρεση πολλαπλασίων μιας γραμμής κάθε φορά (της γραμμής με τον οδηγό) από τις υπόλοιπες. Συνεπώς, σύμφωνα με το θεώρημα 1, η ορίζουσα του αρχικού παραμένει αναλλοίωτη και ισούται με την ορίζουσα του πίνακα που προκύπτει.**

 **β) Ακόμη και αν υπάρξει ανάγκη για εναλλαγή γραμμών με χρήση ενός πίνακα μετάθεσης Ρ, ύστερα από εμφάνιση μηδενικού οδηγού, σύμφωνα με το θεώρημα 3, δεν αλλάζει πάλι η ορίζουσα του αρχικού πίνακα τιμή, παρά μόνο πρόσημο εάν πραγματοποιηθούν μονού πλήθους μεταθέσεις. Αλλιώς παραμένει και το πρόσημο ίδιο.**

 **γ) Τέλος, αφού θα έχει προκύψει ο άνω τριγωνικός πίνακας U ως αποτέλεσμα της απαλοιφής του Α, σύμφωνα με το θεώρημα 2, η ορίζουσά του υπολογίζεται με το γινόμενο των οδηγών (των στοιχείων της κύριας διαγωνίου).**

$U= \left[\begin{matrix}10&-7&0\\0&-0.001&6\\0&0&15005\end{matrix}\right]$ **μετά την απαλοιφή του [Α].**

**Άρα σύμφωνα με το θεώρημα 2 η ορίζουσα του U που ισούται με την ορίζουσα του Α είναι:** $detU=detA= u\_{11}\* u\_{22}\* u\_{33}=10\*\left(-0.001\right)\*15005=$

$= -150.05$**.**